

Interrogation écrite 1

■ Durée : 45 minutes

■ Les calculatrices ne sont pas autorisées

■ Nom :

■ Prénom :

Exercice 1

Soit la suite (u_n) définie par

$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_{n+1} &= 3u_n + 1 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1. Déterminer u_1 , u_2 et u_3 . 1,5 points
2. Montrer, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \frac{1}{2}(5 \times 3^n - 1)$. 3 points
3. Étudier le sens de variations de (u_n) . 1,5 points
On pourra admettre, si nécessaire, que la suite (u_n) est à termes strictement positifs.
4. La suite (u_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ? Justifier sa réponse. 1 point

Exercice 2

Déterminer, en détaillant les étapes, la limite de (u_n) dans chacun des cas suivants.

1. $u_n = \frac{-5n^2 + 13n - \sqrt{2}}{\sqrt{11}n^2 - \pi n + 365}$ 1,5 points
2. $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{3n^3 + 5}$ 1,5 points